大正四年六月二十一日第三種郵便物認可（毎月一回一日發行）

京都帝國大學經濟學會

經濟論叢

第三十三卷　第六號

昭和六年十二月一日發行

指數吟味の基準

蜷川虎三

一

經濟統計の研究に用ひられる指數 (Index numbers) は、一般に特定の基準 (Base) に對する比率を其項とする時系列 (Time series) であるが、特に問題となるのは個々の時系列ではなくて、數個或は數十個の時系列の合成結果である。普通に前者を單純指數、後者を合成指數と呼んでゐる。而して經濟指數として特に論ぜらるべきものは、卽ち、經濟統計を内容とする合成指數である。

いま、一定の社會的なる量の時間的變化を問題にする場合、それを $x_0\ x_1\ x_2\ x_3 \cdots\cdots x_n$ であらはすならば、若し之が直接に調査によつて知り得べき量であるならば、直ちに一定の調査方法を採ることによつて、右の時系列 $x_1\ x_2\ x_3 \cdots\cdots x_n$ なる未知數は、例へば $p_0\ p_1\ p_2\ p_3 \cdots\cdots p_n$ なる實數値を以て與へられる。米穀の卸賣價格の時間的變化を示す系列の如きは其の例である。此の場合、

$$\frac{p_1}{p_0},\ \frac{p_2}{p_0},\ \frac{p_3}{p_0} \cdots\cdots \frac{p_n}{p_0}$$

$$\left(\frac{x_1}{x_0},\ \frac{x_2}{x_0},\ \frac{x_3}{x_0} \cdots\cdots \frac{x_n}{x_0}\right)$$

は單純指數で、右の如く例へば米穀の卸賣價格の如きものであれば、所謂價格指數である　從つて斯くの如き場合に於いては、吟味は單に $p_0\ p_1\ p_2\ p_3 \cdots\cdots p_n$ が $x_0\ x_1\ x_2\ x_3 \cdots\cdots x_n$ を正確に量的に捉へた結果であるか否かの問題の範圍以上に出るものではない。即ち要するに調査の方法、手續の吟味に歸する。

然るに右の如き(例へば價格指數)單純指數の合成の場合に就いては之を同一に論ずることは出來ない。蓋し、それはもはや單に $p_0\ p_1\ p_2\ p_3 \cdots\cdots p_n$ を以て與へらるべき $x_0\ x_1\ x_2\ x_3 \cdots\cdots x_n$ ではなく、$p'\ p''$ ……等の系列によつて與へらるべき量だからである。此の場合、ただ勝手に $p\ p'\ p'' \cdots\cdots$ 等の系列を合成すればよいと云ふ譯ではなく、規定せられたる社會的なる量 $x_0\ x_1\ x_2\ x_3 \cdots\cdots x_n$ の實數値を求めるために如何に合成すべきかが先づ理論的に問題にされねばならない。

例へば物價指數の一つの場合に於いては、貨幣の價値なる社會的なる量の存在が豫想され、その時系列が前提にされてゐる。即ち

$$x_0,\ x_1,\ x_2,\ x_3 \cdots\cdots\cdots x_n$$

いま之を一定時點基準の比率として採れば、

$$\frac{x_1}{x_0},\ \frac{x_2}{x_0},\ \frac{x_3}{x_0},\ \cdots\cdots\cdots \frac{x_n}{x_0}$$

であること、一個の量の變化を示す點に於いて、前例價格の場合と異なる所はないが、ただ此の價値なる社會的なる量は、價格の如く、直接に調査によつて捉へ得ざる點が區別されなければな

らない。價格指數の合成たる所謂物價指數の目的とする一般的なる結果は、此の直接には捉へ得ざる貨幣價値の變化 $x_0\ x_1\ x_2\ x_3 \cdots\cdots x_n$ を求むることに在りと私は考へる。[1] 勿論、その求むる量が、私の謂ふ如く必ずしも貨幣價値であることを要せず、他の量であることを妨げないが、併し、一定の量 $x_0\ x_1\ x_2\ x_3 \cdots\cdots x_n$ の存在を前提にすることは茲に斷る迄もないことである。物價指數が一個の量の測度なりや或は數個の量の測度たり得るやに就いて、物價指數の一元說と多元說の岐れてゐることは[2]讀者の夙に知られる所であらう。ゆゑに、所謂經濟指數に就いて問題となるのは、それが合成指數たる性質より起る當然の歸結たる所の、(1)單純指數の正確性並に(2)之が合成の仕方である。而して其の合成の仕方を規定するものは、上述の意味から、豫め規定されたる社會的なる量 $x_0\ x_1\ x_2\ x_3 \cdots\cdots x_n$ に依存することは云ふ迄もない。指數に就いて從來議論があり、また實に多數の研究が發表されてゐるが、併し如何に論じやうとも、問題の根本的な中心は、右の二點殊に第二の場合に在るものと私は考へる。從つて、指數の理論的な研究は、之を出發點とせずして解決し得られず、また、實際に使はれてゐる指數の意味並に其の適、不適は、此の基準に據らずして其の理解も批判も不可能と云はなければならない。[3] 以下、少しく此の基準によつて指數の吟味を問題にして見よう。

二

普通に指數に就いて先づ問題になるのは、個別的な各個の單純指數を如何に合成するかの問題

1) 拙著　統計學研究第一卷　研究第五參照。
2) 前揭. p. 228
3) 普通には、商品の種類と數、基準の時、平均の仕方殊に算術平均とか幾何平均とか云ふ樣な平均の型と「重み」の附け方等を何の聯絡なく說明してゐるがそれでは一向に立論の根據を知ることが出來ない譯である。

卽ち其の平均の方法である。平均の方法に就いては、從來多くの議論があるが、歸する所は、規定せられたる社會的なる量或は其の變化が、直接の調査によつて或はそれのみを以ては與へられず、種々なる量或は其の變化の合成結果によつてのみ推知し得ると云ふ前提條件の存在が認められる場合に於ける合成の仕方の問題である。卽ち、理論的に $x_0\ x_1\ x_2\ x_3 \cdots\cdots x_n$ が規定されて居て、$p_0\ p_1\ p_2\ p_3 \cdots\cdots p_n$、$p_0'\ p_1'\ p_2'\ p_3' \cdots\cdots p'_n$ 等々の系列をどれだけ選び、如何に合成するかが考へられなければならない。從つて之を規定するものは、社會的なる量 x 及び之を測らんとする量 p、p'、p'' ……等の性質である。かくして、量 x の規定が根本的であるが、從來の指數研究者が多くこの點を閑却し、普通の平均方法の數理的・形式的性質にのみ拘泥してゐることは[2)]、決して問題を解決し得る所以ではないであらう。實にかかる平均方法の性質は、ただ規定せられたる量 x に對する量 p の關係が明らかにせられたる場合に於いてのみ、合成方法の選擇の基準たるに過ぎないからである。卽ち、平均方法それ自體以外に、それ以前に解決せられねばならない所の、問題たる社會的なる量及びそれらの關係が、先づ充分に分析される必要がある。而して此等は統計學の問題ではなく、寧ろ經濟理論の問題である。

二三の場合を考へて見よう。例へば、物價指數 $p_{0.1}$、$p_{0.2}$、$p_{0.3} \cdots\cdots p_{0.n}$ は價格指數

$$\left\{\begin{array}{lllll} \frac{p_1}{p_0} & \frac{p_2}{p_0} & \frac{p_3}{p_0} & \cdots\cdots\cdots & \frac{p_n}{p_0} \\ \frac{p_1'}{p_0'} & \frac{p_2'}{p_0'} & \frac{p_3'}{p_0'} & \cdots\cdots\cdots & \frac{p_n'}{p_0'} \end{array}\right.$$

2) 普通の統計方法に關する教科書を見よ。

$\frac{p_1''}{p_0''}$　$\frac{p_2''}{p_0''}$　$\frac{p_3''}{p_0''}$…………$\frac{p_n''}{p_0''}$

……　……　……　……

の合成結果である場合。若し此の物價指數が貨幣價値の變動を測るもの、即ち

$\frac{x_1}{x_0}$　$\frac{x_2}{x_0}$　$\frac{x_3}{x_0}$…………$\frac{x_n}{x_0}$

を示すものならば、$\frac{p_1}{p_0}$、$\frac{p_1'}{p_0'}$、$\frac{p_1''}{p_0''}$………の合成によつて、$\frac{x_1}{x_0}$が與へられと云ふ性質と關係とが、$\frac{p_1}{p_0}$になければならない筈である。即ち此の場合、一個の價格指數の一項$\frac{p_1}{p_0}$を以てするも何等から正確さの程度に於いて、$\frac{x_1}{x_0}$を語るが、併し誤差を含むから、此の誤差を除却する意味に於いて合成すると云ふのでなければ、各種の商品の價格比率 (Price-ratio) をなぜ算術平均するのか、幾何平均するのか、その理由を解することが出來ない。若し、物價指數作成の目的が、かかる點に在るならば、右の誤差の除却し得るだけの商品數を選び、而も之に適當なる平均方法が採らるべきであり、これが適否は各價格比率の分布形式に依存するや論ずる迄もなく、こゝに至つては、全く、平均方法の形式的なる適用の問題であり、單なる數理的な問題に過ぎない。普通に屢々論ぜられる「重み」(Weight) の如きは、ここではただ、平均せらるべき各價格比率が一個の解析的集團の一項たり得るがために、同一程度の確からしさを有つや否やに拘つてゐる。即ち、甚だ無意味な言葉で、實はわかつたやうでわからないのであるが、「商品としての重要

度」と普通に謂はれるやうな意味での重みではなく、各價格比率が X_1/X_0 測る確からしさの程度の差異に基く重みでなければならないのである。併し、此の場合には、かかる重みを規定することは實は不可能で、自然科學的な實驗測定の場合と同一に考へることだけは考へられるが、事實行ひ得ない所であるから、先づ、一般に條件を同一にするやうな價格指數を出來るだけ多數求めて、誤差除却の目的を達するより他はない。此の場合に採らるべき平均方法は一概には云へないが、物價指數の場合に就いては、他の機會にも述べたやうに、私は幾何平均を採るべきであると考へてゐる。[1]

併し、價格比率 p_1/p_0、p_1'/p_0'、p_1''/p_0''……の平均を求めることは、必ずしも、右の如きことのみを意味するものと考へることは出來ない。蓋し系列の代表値（例へば算術平均値）を求めることは、文字通り、系列を代表せしむることに在るので、而も如何に代表せしむるかは、其の意味の規定の仕方によつて幾樣にもあり得るからである。從つて、代表値の採り方は、何を如何に代表せしめんとするかに拘つてゐる。普通に平均を求める場合の意味は、最も確からしき値として、自然科學的な研究に於いて算術平均値を採ることに從つて、之と同樣な考へ方をしてゐるのであるが、必ずしもその樣な意味を嚴重に固執するのではなく、誰れにもわかり易い、共通な目安として、實質的な意味より寧ろ計算的な意味に於いて、算術平均を採つてゐる場合が多い。此の樣な場合には、個々の値を一々示さずして、一個の値で系列を示すことが必要或は便利であり、而も特に代表値を一定の意味に於いて規定することが出來ないか、或は其の必要のない場合かであ

1) 前掲拙著 pp. 202—208

る。即ち大體の見當をつけると云ふ以上の意味はない。従つて此の結果を勝手に意味づけて、例へば、「物價指數は貨幣價値の變動の測度である」と云ふ樣に一般的に規定して置いて、日銀の指數がどうの、エコノミストの指數がどうのと云ふことは許されない。指數の利用者は、調査者の與へた材料から、自己の目的に適ふやうに指數を計算し直す必要があるのである。ゆゑに指數の調査者は、勿論自己の立場から、また其の利用目的から、一定の指數の作成をなすことは當然であるが、代表値に特別な意味を與へれば與へる程、其の算定の根據と方法を明らかにして置く必要があると共に、之が利用者のため、其の基礎材料を明示する必要がある。此の如きことは、指數作成者の結果を有意義ならしむることであり、且つ調査者としての當然の責任でなければならない。現在、かかる點から見て、多くの片輪な統計の發表のあることは寔に遺憾である。要するに、此の場合に於いては、各個の價格の變化以外に、それとは別な量 x_0 x_1 …… x_n と云ふやうなものを豫想して居ないと云ふ所に此等の指數の特徴があると云つてよい。現在行はれてゐる多くの價格比率の算術平均による所謂比率指數は、一應かくの如く解した方が適當である。かかる比率指數に變な重みを附けたものは、反つて特別な意味を有つことになり、歪められてゐて、利用者から見ると一般的な性質を有たないことになる。

第三に、物價指數 $p_{0.1}$、$p_{0.2}$、$p_{0.3}$………$p_{0.n}$ を以て特定の商品集團の價額の變化を示さうとする場合がある。例へば q_0、q_1、q_2、q_3……q_n を以て取引數量の年々の變化を示すものとすれば、Σp_0q_0、Σp_1q_1、Σp_2q_2、Σp_3q_3……Σp_nq_n は年々の價額の變化であるが、之を右の如き物價指數とする場

合、例へば

$$\frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0},\ \frac{\Sigma p_2q_0}{\Sigma p_0q_0},\ \frac{\Sigma p_3q_0}{\Sigma p_0q_0},\ \cdots\cdots\cdots\ \frac{\Sigma p_nq_0}{\Sigma p_nq_0}$$

の如き形をとる。所謂總和指數である。此の場合、指數は、特定の商品の特定量に要する貨幣量の變化を意味するのであるが、若し、pとqとの調査が完全であれば、その限られたる商品集團の範圍に於いて結果は正確である。ただ此の場合、問題となるのはqを現實の數量として調査することの困難なること、而して又、此の特定商品集團の結果を以て、ただ單に此の範圍に限らずして、より廣き範圍に亘る結果と見做さんとすることの多い場合の存することである。例へば數種の農產物によるΣp_0q_0を以て、全農業部門のΣp_0q_0となし或は種々の商品を選んでΣp_0q_0を求め之を以て全商品のΣp_0q_0を代表せしめんとするが如き之である。從つて此の場合にはqは現實の量ではなく、p、p'、p''、p'''……として、相對的に規定され、重みとしての意味を有つ場合が多い。卽ち生計費指數に於いて消費數量或は價額の割合よりqを定むるが如し。從つて此の指數に就いては、大量觀察法の採られる場合に正しく、大量觀察代用法の採られる場合に實際の調查の吟味以外に、大量觀察代用法が如何に用ひられてゐるかの吟味が根本的である。フイッシャー(Irving Fisher) の理想的指數と云はれる $\sqrt{\frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0}\times\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_1}}$ の如きも、假令、指數としての形式的要件を滿足するとしても、此の點から見て、彼の指數作成の目的に對して現實性が少なく理想的なる目標にとゞまるであらう。從つて、總和指數は、商品集團の範圍の限定、利用範圍の限定

の嚴重であればある程、其の正確性を增加し、指數としての意味を有つ譯であるが、一層調査技術の困難を伴ふことを免れない。

物價指數の各項の有つ意味に就いて考へれば、上述の二三の例の如く、それが何を如何に測るかの吟味の問題を有つが、これは他の經濟指數例へば景氣指數、賃銀指數、生計費指數、株價指數の如きに就いても同樣に論ずることが出來る。

三

右に述べたやうに指數に就いては、それが測らんとする x_0 x_1 x_2 …… x_n を測り得るや否やの實質的な吟味が先づ根本的であるが、また各指數はそれぞれ一個の系列として、各項が相互に比較し得べき性質を有つことは、指數作成の目的よりしても當然の結果である。此のために、フイッシャーは指數の三大吟味(Test)を問題にしたのである。即ち基準轉換の吟味(Time reversal test)、因子轉換の吟味 (Factor reversal test) 及び循環の吟味 (Circular test) 之である。之に就いては、既に論ぜられてゐる所であり、私も、自分の仕方に於いて之を解說してゐるから[1]、ここには繰りかへさないが、先に述べた私の指數吟味の基準の出發點より、此等の吟味方法は何れも指數が語らんとする社會的なる量 x_0 x_1 x_2 …… x_n より來る當然の結果であると云ふことだけは述べて置きたいと思ふ。

例へば、物價指數 $p_{0.1}$ $p_{0.2}$ $p_{0.3}$ …… $p_{0.n}$ が貨幣價値(x)の變動を示すものとすれば[2]

1) 經營と經濟第二卷第二號及び第三號拙稿參照
2) $p_{0\cdot1}$は0時點基準、1時點の物價指數を意味する。同樣に$p_{0\cdot2}$は0時點基準2時點の物價指數

$$\frac{x_1}{x_0}=p_{0\cdot1}$$
$$\frac{x_2}{x_0}=p_{0\cdot2}$$
$$\frac{x_3}{x_0}=p_{0\cdot3}$$
$$\vdots$$
$$\frac{x_n}{x_0}=p_{0\cdot n}$$

であるから、$\frac{x_1}{x_0}\times\frac{x_0}{x_1}=1$，$p_{0\cdot1}\times p_{1\cdot0}=1$ でなければならない。若し之が滿足されなければ指數pは正しくxを反映して居らず、而も二時點の比較を正しく行はしめぬ結果となる。これ、基準轉換の吟味である。

また、例へば前の時點を基準とする指數 $p_{0.1}$、$p_{1.2}$、$p_{2.3}$……$p_{(n-1).n}$、$p_{n.0}$ をとれば

$$\frac{x_1}{x_0}=p_{0\cdot1}$$
$$\frac{x_2}{x_1}=p_{1\cdot2}$$
$$\frac{x_3}{x_2}=p_{2.3}$$
$$\vdots$$
$$\frac{x_n}{x_{(n-1)}}=p_{(n-1).n}$$
$$\frac{x_0}{x_n}=p_{n.0}$$

であるから $p_{0\cdot1}\times p_{1\cdot2}\times p_{2\cdot3}\times\cdots\cdots\times p_{(n-1).n}\times p_{n.0}=1$ でなければならないが、若し、指數の構造上此の要件が滿足されなければ、事實に反することは勿論、系列全體として各項が相互に比較し得べきものとして存在することが出來ない。實際問題としても、右の要件に適はないと、$p_{0\cdot1}\times p_{1\cdot2}=p_{0\cdot2}$ とはなり得ないから、例へば、基準を比較さるべき時に接近せしめて、誤差除却を充分ならしめんとしても、その結果は、二時點に就いて滿足するだけで、他の時點との關係を容

易に知ることが出來ないと云ふ不便が伴つてくる。これが循環の吟味である。此等は何れもx系列に就いて當然な形式的な要件であるが、物價指數の場合に普通に使はれる算術平均は、此の兩者を何れも滿足せず、幾何平均は此の要求に適ふとすれば、若し他の事情にして同一ならば、幾何平均を採るべきであり、況んや、幾何平均を採るべき理由が存するに於いては、比率指數に就いては、之を選ぶのが至當であらう。併しいまはそれに就いて論ずる餘裕がない。

更に總和指數を求める場合の意味は、前述の如く、例へば取引價額の變化(v)として、x_0 x_1 x_2……x_nを見るものであるが、此の場合、

$$\frac{x_1}{x_0} = v_{0\cdot1}$$

$$\frac{x_2}{x_0} = v_{0\cdot2}$$

$$\frac{x_n}{x_0} = v_{0.n}$$

であり、而して $v_{0.1} = p_{0.1} \times q_{0.1}$ でなければならない。然るに若し $\frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0} \times \frac{\Sigma q_1p_0}{\Sigma q_0p_0}$ が $v_{0.1}$ に等しくないとすれば、少なくともかかる喰ひ違ひは、指數の構造より來る所のものであり、之を避けねばならぬと云ふのが、因子轉換の吟味の問題である。要するに、此等の吟味は何れも假令指數の項が一應實質的な意味を有ち得るとしても、之を一個の指數と云ふ系列として構成する場合に、その作成目的に適ふか否かの吟味であり、前者の實質的な吟味に對し、後者は形式的な吟味とも呼び得べきものであらう。

四

以上によつて、簡單ではあるが經濟指數と之によつて測らんとする對象たる實體との關係に於いて、指數の吟味の仕方を一般的形式的に述べたが、云ふ迄もなく、經濟指數の構成は、經濟統計に基づく統計的研究であつて、統計的研究の結果の吟味方法一般の規定を前提するものであり、こゝに説明した所は其の規定の下に於いて、特に指數なる形式を採る場合に就いて論じたるにとゞまる。而して各個の具體的なる經濟指數に關する吟味批判は、かかる基礎を確立してのみ可能であると私は考へる。併し乍ら現在、經濟指數に就いては、敢て物價指數のみではなく、種々なる研究が行はれてゐると共に實際に各種の指數が行はれてゐるが、それらの理論上の問題が何處に在るか、また實用されてゐるものの理解と吟味とは如何にして可能であるかと云ふやうな點に就いては、往々にして看却され、無用な議論と指數の濫用とが行はれてゐるやうに思はれるので、一般的に指數の吟味の基準を定め、之による吟味の方向を紹介しようとしたのが、本文の目的である。從來の幾多の研究によつて展開された指數の問題を統一的に捉へるために幾分の參考になれば幸である。

（一九三一・一一・四）